

Kajian Teori Antrian Model M/M/1 dan Implementasinya pada Berbagai Sistem Pelayanan

Maulana Hasan¹, Sabrina Aisha Putri Lubis², Siti Izzati Sarah³, Halimatussya'diyah Purba⁴, Siti Salamah Br. Ginting⁵

Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Ilmu Tarbiyah Dan Keguruan
Universitas Islam Negeri Sumatera Utara, Medan ^{1,2,3,4,5}

Email: maulanahasan2004@gmail.com, sabrina0305222086@uinsu.ac.id, siti0305223052@uinsu.ac.id,
halimatussyadiyah0305223054@uinsu.ac.id, sitisalamahginting@uinsu.ac.id

ABSTRACT

Sejarah Artikel:

Diterima 23-12-2025
Disetujui 03-01-2026
Diterbitkan 05-01-2026

The M/M/1 queuing model is one of the most fundamental mathematical approaches in queuing theory for analyzing single-server service systems. This article aims to examine the basic concepts of the M/M/1 model, its performance measures, and its implementation in various service systems through a Systematic Literature Review (SLR) approach to Indonesian-language publications. The results show that the M/M/1 model is widely applied in the banking, health, transportation, energy, and public service sectors. This model effectively predicts utilization rates (ρ), queue lengths (Lq), and waiting times (Wq). Limitations arise in systems with utilization >0.85 , which cause instability. Increasing efficiency does not always require additional servers, but can be done through innovations such as digital queuing systems. The M/M/1 model serves as an analysis and strategic planning tool to maximize operational efficiency. Future research is recommended to explore complex models such as M/M/c or M/G/1 and integrate simulation methods.

Keywords: *M/M/1 model; queuing theory; single server; operational efficiency.*

ABSTRAK

Model antrian M/M/1 merupakan salah satu pendekatan matematis yang paling fundamental dalam teori antrian untuk menganalisis sistem pelayanan dengan satu server (*single server*). Artikel ini bertujuan mengkaji konsep dasar model M/M/1, ukuran-ukuran kinerjanya, serta implementasinya pada berbagai sistem pelayanan melalui pendekatan *Systematic Literature Review* (SLR) terhadap publikasi berbahasa Indonesia. Hasil menunjukkan model M/M/1 banyak diterapkan pada sektor perbankan, kesehatan, transportasi, energi, dan pelayanan publik. Model ini efektif memprediksi tingkat utilisasi (ρ), panjang antrian (Lq), dan waktu tunggu (Wq). Keterbatasan muncul pada sistem dengan utilisasi $> 0,85$ yang menyebabkan ketidakstabilan. Peningkatan efisiensi tidak selalu memerlukan penambahan server, tetapi dapat melalui inovasi seperti sistem antrian digital. Model M/M/1 berfungsi sebagai alat analisis dan perencanaan strategis untuk memaksimalkan efisiensi operasional. Penelitian selanjutnya disarankan mengeksplorasi model kompleks seperti M/M/c atau M/G/1 serta mengintegrasikan metode simulasi.

Katakunci: Model M/M/1; teori antrian; *single server*; efisiensi operasional.

Bagaimana Cara Sitas Artikel ini:

Maulana Hasan, Sabrina Aisha Putri Lubis, Siti Izzati Sarah, Halimatussy'a'diyah Purba, & Siti Salamah Br. Ginting. (2026). Kajian Teori Antrian Model M/M/1 dan Implementasinya pada Berbagai Sistem Pelayanan. *Jejak Digital: Jurnal Ilmiah Multidisiplin*, 2(1), 1409-1418. <https://doi.org/10.63822/31ahp913>

PENDAHULUAN

Dalam kehidupan sehari-hari, antrian adalah kumpulan orang atau barang yang berbaris untuk menunggu pelayanan, kemudian meninggalkan barisan setelah mendapatkan layanan tersebut (Heizer, et al., 2005). Situasi ini sering dijumpai pada berbagai sistem pelayanan, seperti bank, rumah sakit, kantor pelayanan publik, restoran cepat saji, pusat layanan pelanggan, hingga sistem jaringan komputer. Kehadiran antrian dapat menimbulkan berbagai permasalahan, seperti meningkatnya waktu tunggu, penurunan tingkat kepuasan pelanggan, serta berkurangnya efisiensi operasional suatu instansi (Yamit, 2003).

Untuk mengatasi dan menganalisis permasalahan tersebut, diperlukan suatu pendekatan matematis yang mampu memodelkan dan memprediksi perilaku sistem antrian. Salah satu pendekatan yang paling banyak digunakan adalah **teori antrian (queueing theory)**. Teori antrian merupakan cabang ilmu yang mempelajari berbagai fenomena, proses, dan karakteristik yang berkaitan dengan terjadinya antrian (Heizer et al., 2005:417). Teori ini telah berkembang pesat sejak pertama kali diperkenalkan oleh A.K. Erlang pada awal abad ke-20 dan terus menjadi alat analisis yang penting dalam berbagai bidang penelitian operasional (Dimyanti, 2009).

Di antara berbagai model antrian yang ada, model M/M/1 merupakan salah satu model antrian yang paling sederhana dan paling sering digunakan. Model ini digunakan untuk memperkirakan waktu tunggu serta peluang terjadinya antrian pada sebuah sistem yang hanya memiliki satu pelayan (*single server*). Huruf pertama M menggambarkan proses kedatangan pelanggan yang berdistribusi Markovian (Poisson), sedangkan huruf kedua M menunjukkan proses pelayanan yang juga berdistribusi Markovian (eksponensial), dan angka 1 menunjukkan jumlah pelayan dalam sistem (Manik et al., 2024). Meskipun sederhana, model M/M/1 mampu memberikan gambaran yang cukup baik mengenai ukuran-ukuran kinerja sistem, seperti panjang antrian rata-rata, waktu tunggu rata-rata, tingkat utilisasi pelayan, serta peluang sistem berada dalam keadaan sibuk atau menganggur (Siswanto, 2007).

Berbagai studi telah menunjukkan penerapan model M/M/1 pada beragam konteks pelayanan. Penelitian-penelitian sebelumnya telah mengimplementasikan model ini pada sistem pelayanan perbankan, fasilitas kesehatan, transportasi publik, sistem telekomunikasi, hingga industri manufaktur. Keberagaman aplikasi ini menunjukkan fleksibilitas dan relevansi model M/M/1 dalam membantu pengambilan keputusan manajerial. Suban et al. (2018) misalnya, menerapkan teori antrian untuk menganalisis pelayanan pada sistem parkir kendaraan, yang menunjukkan bahwa model antrian dapat membantu mengidentifikasi titik-titik kemacetan dan memberikan rekomendasi perbaikan sistem pelayanan. Studi-studi lain juga menunjukkan bahwa model M/M/1 efektif digunakan untuk mengevaluasi kinerja sistem pelayanan satu loket dan memberikan dasar bagi pengembangan model antrian yang lebih kompleks (Rachman et al., 2019).

Penerapan model M/M/1 sangat relevan dalam berbagai konteks pelayanan. Dengan memanfaatkan model ini, pengelola sistem dapat mengevaluasi apakah kapasitas pelayanan yang tersedia sudah memadai atau perlu ditingkatkan, serta dapat mengambil keputusan yang lebih tepat dalam upaya meningkatkan kualitas pelayanan dan efisiensi operasional (Mulyono, 2007). Oleh karena itu, kajian mengenai model M/M/1 dan implementasinya pada berbagai sistem pelayanan menjadi penting untuk dipahami, baik di lingkungan akademik maupun dalam praktik manajemen operasional.

Berdasarkan latar belakang tersebut, artikel ini bertujuan untuk mengkaji konsep dasar model antrian M/M/1 melalui tinjauan literatur, menjelaskan ukuran-ukuran kinerjanya, serta menggambarkan implementasinya pada berbagai sistem pelayanan nyata. Diharapkan hasil kajian ini dapat memberikan

pemahaman yang lebih mendalam mengenai peran teori antrian dalam membantu pengambilan keputusan dan perancangan sistem pelayanan yang lebih efektif dan efisien.

Rumusan masalah dalam artikel ini berfokus pada bagaimana konsep dasar teori antrian, khususnya model M/M/1, telah digunakan dalam berbagai penelitian untuk menganalisis dan memahami kinerja sistem pelayanan. Permasalahan utama yang dikaji meliputi pengertian dan karakteristik model antrian M/M/1, asumsi-asumsi yang digunakan dalam model M/M/1 terkait dengan pola kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan berdasarkan literatur yang ada, serta cara menentukan ukuran-ukuran kinerja sistem seperti tingkat utilisasi pelayan, panjang antrian rata-rata, dan waktu tunggu rata-rata pelanggan. Selain itu, artikel ini juga mempersoalkan jenis-jenis sistem pelayanan apa saja yang sesuai untuk diimplementasikan dengan model M/M/1 dan bagaimana implikasi praktis model M/M/1 dalam pengelolaan sistem pelayanan. Melalui kajian literatur ini, diharapkan dapat diketahui sejauh mana model M/M/1 telah memberikan kontribusi dalam penelitian dan praktik pengelolaan sistem antrian pada berbagai bidang layanan.

METODE PELAKSANAAN

Penelitian ini disusun menggunakan pendekatan *Systematic Literature Review* (SLR) untuk menelusuri, menilai, dan menyatukan berbagai penelitian yang membahas penerapan model antrian M/M/1 pada sistem pelayanan di Indonesia berupa buku teks dan artikel jurnal. Proses penelusuran literatur dilakukan melalui beberapa basis data, yaitu Google Scholar, GARUDA, Neliti, DOAJ, dan repositori universitas. Pencarian dilakukan dengan menggunakan kombinasi kata kunci seperti “model antrian M/M/1”, “single channel single phase”, “teori antrian”, serta “analisis sistem antrian pelayanan” agar seluruh penelitian yang relevan dapat tercakup.

Agar data yang diperoleh benar-benar sesuai dengan tujuan penelitian, diterapkan sejumlah kriteria inklusi, yaitu buku dan artikel yang ditulis dalam bahasa Indonesia, artikel yang terbit pada sepuluh tahun terakhir, membahas penerapan model antrian M/M/1 atau model dasar yang sejenis, dan dapat diakses dalam bentuk *full-text*. Adapun buku dan artikel yang tidak relevan, tidak tersedia lengkap, duplikat, atau tidak membahas M/M/1 secara langsung dikeluarkan dalam tahap eksklusi. Seluruh data yang terkumpul dianalisis secara deskriptif untuk melihat gambaran umum pemanfaatan model M/M/1 di berbagai sektor, serta tematik untuk mengidentifikasi pola atau kecenderungan yang muncul dari hasil penelitian yang telah ditelaah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Pengertian dan Karakteristik Model Antrian M/M/1

Model M/M/1 merupakan model antrian dasar yang dikembangkan berdasarkan proses kelahiran-kematian (*birth-death process*) dengan asumsi distribusi probabilitas tertentu (Kakiay, 2004). Notasi M/M/1 menggunakan sistem penamaan Kendall yang terdiri dari tiga komponen utama: A/B/C, di mana A menunjukkan distribusi waktu kedatangan (*arrival*), B menunjukkan distribusi waktu pelayanan (*service*), dan C menunjukkan jumlah *server* atau pelayan (Siswanto, 2007).

Pada model M/M/1, huruf M pertama menandakan bahwa pola kedatangan pelanggan mengikuti distribusi Poisson (Markovian), yang berarti kedatangan bersifat acak dan independen dengan tingkat

kedatangan rata-rata λ (lamda) per satuan waktu (Heizer, dkk., 2005). Huruf M kedua menunjukkan bahwa waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial dengan tingkat pelayanan rata-rata μ (mu) per satuan waktu. Angka 1 mengindikasikan bahwa sistem hanya memiliki satu fasilitas pelayanan (*single server*) (Dimyanti, dkk., 2009).

Menurut Subagyo, dkk., karakteristik utama model M/M/1 dapat diidentifikasi sebagai berikut:

- a. Pola Kedatangan: Pelanggan datang satu per satu secara acak dengan tingkat kedatangan rata-rata yang konstan.
- b. Disiplin Antrian: Umumnya menggunakan prinsip *First-Come First-Served* (FCFS) atau *First-In First-Out* (FIFO), artinya pelanggan yang datang lebih dahulu akan dilayani terlebih dahulu.
- c. Kapasitas Sistem: Tidak ada batasan jumlah pelanggan yang dapat berada dalam sistem (*infinite capacity*).
- d. Sumber Populasi: Populasi pelanggan yang potensial datang dianggap tidak terbatas (*infinite source*).
- e. Waktu Pelayanan: Bersifat acak dan independen, mengikuti distribusi eksponensial.

Ciri-ciri utama model M/M/1 (Kakiay, 2004; Siswanto, 2007):

- a. Kedatangan bersifat acak dan mengikuti distribusi Poisson.
- b. Waktu pelayanan eksponensial atau bersifat *memoryless*.
- c. Sistem menggunakan disiplin antrian FIFO (*First In First Out*).
- d. Kapasitas antrian tak terbatas (*infinite capacity*).
- e. Pelanggan berasal dari populasi tak terbatas (*infinite source*).
- f. Terdapat satu server yang melayani pelanggan satu per satu.

Model ini banyak digunakan karena sifatnya sederhana namun mampu menggambarkan karakteristik sistem pelayanan secara akurat.

2. Asumsi-Asumsi Model M/M/1

Berdasarkan kajian literatur, model M/M/1 dibangun atas beberapa asumsi fundamental yang harus dipenuhi agar model dapat diaplikasikan dengan tepat (kakiay, 2004). Asumsi-asumsi tersebut meliputi:

1) Asumsi tentang Pola Kedatangan

Kedatangan pelanggan diasumsikan mengikuti proses Poisson dengan parameter λ , yang memiliki sifat-sifat:

- a. Probabilitas terjadinya satu kedatangan dalam interval waktu yang sangat kecil (Δt) adalah $\lambda \Delta t$
- b. Probabilitas terjadinya lebih dari satu kedatangan dalam interval Δt sangat kecil dan dapat diabaikan
- c. Kedatangan dalam interval waktu yang berbeda bersifat independen
- d. Tingkat kedatangan (λ) konstan sepanjang waktu (*stasioner*)

Suban et al. (2018) dalam penelitiannya di Pasar Alok Maumere memverifikasi asumsi distribusi Poisson dengan melakukan uji kesesuaian (*goodness of fit test*) terhadap data kedatangan kendaraan, dan hasil menunjukkan bahwa pola kedatangan memang mengikuti distribusi Poisson dengan baik.

2) Asumsi tentang Waktu Pelayanan

Waktu pelayanan diasumsikan mengikuti distribusi eksponensial dengan parameter μ . (Heizer, et al., 2005). Implikasi dari asumsi ini adalah:

- a. Waktu pelayanan bersifat *memoryless*, artinya waktu pelayanan yang tersisa tidak bergantung pada berapa lama pelayanan telah berlangsung
- b. Rata-rata waktu pelayanan adalah $\frac{1}{\mu}$
- c. Variabilitas waktu pelayanan cukup tinggi (koefisien variasi = 1)
- d. Pelayanan bersifat independen antar pelanggan

Penelitian Manurung (2018) pada Bank BRI menunjukkan bahwa asumsi distribusi eksponensial untuk waktu pelayanan teller dapat diterima melalui uji *Chi-Square* dengan tingkat signifikansi 5%.

3) Asumsi Lainnya

Asumsi tambahan yang digunakan dalam model M/M/1 mencakup:

- a. Kondisi *Steady-State*: Sistem diasumsikan telah mencapai keseimbangan ($\lambda < \mu$), sehingga $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$
- b. Disiplin Antrian FCFS: Tidak ada pelanggan yang memotong antrian atau meninggalkan antrian (*no balking, no reneging*)
- c. Pelayanan Tunggal: Setiap pelanggan dilayani satu per satu, tidak ada pelayanan *batch*.
- d. Homogenitas: Semua pelanggan memiliki karakteristik yang sama dalam hal kebutuhan pelayanan

3. Ukuran-Ukuran Kinerja Sistem Model M/M/1

Kinerja sistem antrian M/M/1 dapat dievaluasi melalui beberapa ukuran kuantitatif yang diturunkan dari tingkat kedatangan (λ) dan tingkat pelayanan (μ) (Subagyo, et al., 2013). Ukuran-ukuran kinerja utama adalah:

1) Tingkat Utilisasi Pelayan (ρ)

Tingkat utilisasi atau intensitas lalu lintas didefinisikan sebagai:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

di mana:

ρ = tingkat utilisasi server ($0 < \rho < 1$)

λ = tingkat kedatangan rata-rata (pelanggan/waktu)

μ = tingkat pelayanan rata-rata (pelanggan/waktu)

Nilai ρ menunjukkan proporsi waktu di mana server dalam keadaan sibuk. Sebagai contoh, Wijaya dan Rahman (2019) dalam studinya pada pelayanan teller bank menemukan nilai $\rho = 0,83$, yang mengindikasikan tingkat utilisasi yang tinggi dan berpotensi menyebabkan antrian yang panjang.

2) Jumlah Pelanggan Rata-rata dalam Sistem (L)

Jumlah pelanggan rata-rata yang berada dalam sistem (baik yang sedang dilayani maupun menunggu) dihitung dengan formula:

$$L = \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)} = \frac{\rho}{(1 - \rho)}$$

Ukuran ini penting untuk memahami seberapa padat sistem pada kondisi *steady-state*. Semakin tinggi nilai L, semakin banyak pelanggan yang harus ditampung dalam sistem.

3) Jumlah Pelanggan Rata-rata dalam Antrian (Lq)

Jumlah pelanggan rata-rata yang menunggu dalam antrian (tidak termasuk yang sedang dilayani) adalah:

$$Lq = \frac{\lambda^2}{[\mu(\mu - \lambda)]} = \frac{\rho^2}{(1 - \rho)}$$

Manik et al. (2024) melaporkan bahwa pada SPBU yang diteliti, nilai Lq mencapai 2,89 kendaraan, menunjukkan adanya antrian yang cukup signifikan pada jam-jam sibuk.

4) Waktu Tunggu Rata-rata dalam Sistem (W)

Waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (termasuk waktu dilayani) diberikan oleh:

$$W = \frac{1}{(\mu - \lambda)} = \frac{L}{\lambda}$$

Formula ini dikenal sebagai *Little's Law*, yang menyatakan hubungan fundamental antara jumlah pelanggan dalam sistem dan waktu tunggu.

5) Waktu Tunggu Rata-rata dalam Antrian (Wq)

Waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan untuk menunggu sebelum dilayani adalah:

$$Wq = \frac{\lambda}{[\mu(\mu - \lambda)]} = \frac{Lq}{\lambda} = W - \frac{1}{\mu}$$

Widianti dan Supriyadi (2021) menemukan bahwa waktu tunggu rata-rata di loket rumah sakit yang mereka teliti adalah 18,5 menit, yang dianggap masih dalam batas toleransi pasien.

6) Probabilitas Tidak Ada Pelanggan dalam Sistem (P_0)

Probabilitas sistem dalam keadaan kosong adalah:

$$P_0 = 1 - \rho$$

7) Probabilitas Ada n Pelanggan dalam Sistem (P_n)

Probabilitas terdapat tepat n pelanggan dalam sistem dihitung dengan:

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n = P_0 \rho^n$$

Formula ini berguna untuk menghitung probabilitas antrian mencapai panjang tertentu, yang dapat digunakan untuk perencanaan kapasitas fasilitas (Siswanto, 2007).

4. Implementasi Model M/M/1 pada Berbagai Sistem Pelayanan

Kajian literatur menunjukkan bahwa model M/M/1 telah diimplementasikan secara luas pada berbagai jenis sistem pelayanan dengan karakteristik *single-server*. Berikut adalah rangkuman implementasi berdasarkan sektor pelayanan:

| No. | Sektor Pelayanan | Peneliti | Tempat | Hasil penelitian |
|-----|------------------|-----------------|---|---|
| 1. | Sektor Perbankan | Manurung (2018) | PT. Bank Rakyat Indonesia Unit Pasar Baru | <ul style="list-style-type: none"> Tingkat kedatangan (λ) = 20 nasabah/jam Tingkat pelayanan (μ) = 24 nasabah/jam Utilisasi server (ρ) = 0,833 atau 83,3% Waktu tunggu rata-rata dalam antrian (Wq) = 12,5 menit |

| | | | | |
|----|-----------------------------------|-------------------------------|---|---|
| | | | | <ul style="list-style-type: none"> • Panjang antrian rata-rata (Lq) = 4,17 nasabah |
| 2. | Sektor Kesehatan | Widianti dan Supriyadi (2021) | Loket pelayanan rumah sakit | <ul style="list-style-type: none"> • Rata-rata waktu tunggu pasien dapat diprediksi dengan akurat menggunakan model M/M/1 • Tingkat utilisasi loket mencapai 78%, menunjukkan utilisasi yang optimal • Model dapat digunakan untuk menentukan jumlah loket optimal berdasarkan standar waktu tunggu yang dapat diterima |
| 3. | Sektor Transportasi dan Parkir | Suban et al. (2018) | Palang pintu masuk kendaraan roda dua di Pasar Alok Maumere | <ul style="list-style-type: none"> • Tingkat kedatangan kendaraan bervariasi sepanjang hari, dengan puncak pada pagi hari (07.00-09.00) • Tingkat pelayanan palang pintu relatif konstan. • Pada jam sibuk, utilisasi mencapai 0,95, menyebabkan antrian yang panjang. • Rekomendasi: penambahan pintu masuk atau peningkatan kecepatan pelayanan melalui otomasi sistem |
| 4. | Sektor Energi (SPBU) | Manik et al. (2024) | SPBU | <ul style="list-style-type: none"> • Pada SPBU dengan satu pompa, waktu tunggu dapat mencapai 15-20 menit pada jam sibuk • Tingkat utilisasi yang sangat tinggi ($>0,9$) mengindikasikan perlunya penambahan pompa • Model antrian dapat diintegrasikan dengan analisis biaya-manfaat untuk menentukan jumlah pompa optimal |
| 5. | Sektor Ritel dan Pelayanan Publik | Rachman dan Haryadi (2019) | Loket pembayaran di berbagai instansi | <ul style="list-style-type: none"> • Model M/M/1 cocok diterapkan pada loket dengan variasi waktu pelayanan yang tidak terlalu besar. • Analisis sensitivitas menunjukkan bahwa pengurangan waktu pelayanan rata-rata sebesar 10% dapat mengurangi panjang antrian hingga 20%. • Sistem informasi antrian dapat meningkatkan persepsi pelanggan terhadap waktu tunggu meskipun waktu tunggu aktual tidak berubah |

5. Implikasi Praktis Model M/M/1 dalam Pengelolaan Sistem Pelayanan

Studi ini juga mengungkapkan bahwa waktu tunggu yang terlalu lama (>30 menit) berkorelasi negatif dengan kepuasan pasien, sehingga manajemen rumah sakit perlu menjaga agar ukuran kinerja antrian tetap dalam batas yang dapat diterima.

Hasil analisis tambahan menunjukkan bahwa model M/M/1 tetap relevan digunakan dalam mengevaluasi kinerja sistem antrian pada berbagai jenis layanan. Ketika tingkat kedatangan (λ) meningkat tanpa diimbangi peningkatan tingkat pelayanan (μ), maka utilisasi pelayan akan mendekati nilai 1, sehingga antrian bertambah panjang dan waktu tunggu meningkat. Hal ini menunjukkan pentingnya pengaturan kapasitas pelayanan agar tidak terjadi kemacetan yang mengurangi efisiensi dan kepuasan pelanggan (Subagyo et al., 2013).

Selain itu, hasil kajian menunjukkan bahwa hubungan antara tingkat kedatangan (λ) dan tingkat pelayanan (μ) tidak hanya menentukan panjang antrian, tetapi juga memengaruhi stabilitas keseluruhan sistem. Pada model M/M/1, ketika nilai utilisasi ($\rho = \frac{\lambda}{\mu}$) berada di atas 0,85, sistem mulai menunjukkan gejala ketidakstabilan, seperti meningkatnya variansi waktu tunggu dan semakin tidak terduganya panjang antrian. Kondisi ini sering terjadi pada jam-jam sibuk di berbagai layanan seperti teller bank, loket rumah sakit, atau tempat parkir (Dimyati et al., 2009).

Model M/M/1 juga membantu menjelaskan bahwa peningkatan pelayanan tidak harus selalu berupa penambahan jumlah server, tetapi dapat dilakukan dengan meningkatkan efisiensi pelayan, mempercepat proses pelayanan, atau mengurangi aktivitas yang tidak bernilai tambah. Misalnya, pada beberapa penelitian, penerapan sistem antrean digital atau pemisahan jenis layanan terbukti mampu menurunkan nilai waktu tunggu (Wq) secara signifikan meskipun menggunakan jumlah server yang sama (Assauri, 2008)..

Hasil pembahasan juga menunjukkan bahwa model ini dapat digunakan sebagai alat prediksi untuk melihat dampak perubahan kebijakan. Dengan melakukan simulasi perubahan nilai λ atau μ , organisasi dapat memprediksi kondisi antrian jika terjadi peningkatan jumlah pelanggan atau penurunan kecepatan pelayanan. Oleh karena itu, model M/M/1 bukan hanya alat analisis, tetapi juga alat perencanaan strategis untuk memaksimalkan efisiensi operasional dan meningkatkan kualitas pelayanan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil telaah sistematis terhadap publikasi ilmiah di Indonesia pada buku teks dan artikel jurnal yang diterbitkan dalam kurun waktu sepuluh tahun terakhir, dapat disimpulkan bahwa model antrian M/M/1 merupakan model yang paling banyak digunakan untuk menganalisis kinerja layanan pada berbagai sektor. Dominasi penggunaan model ini tidak terlepas dari strukturnya yang sederhana, fleksibel, serta mudah diaplikasikan pada sistem pelayanan yang hanya memiliki satu jalur dan satu penyedia layanan. Banyak penelitian menunjukkan bahwa model ini cukup efektif dalam menggambarkan pola kedatangan dan waktu pelayanan, terutama pada konteks layanan dengan skala kecil hingga menengah seperti pendaftaran pasien, pengambilan obat, layanan administrasi, serta antrian di kasir ritel.

Walaupun demikian, hasil penelitian juga menunjukkan bahwa model M/M/1 memiliki keterbatasan. Ketika diterapkan pada layanan dengan jumlah kedatangan yang tinggi atau ketika variasi waktu pelayanan sangat besar, model ini sering menghasilkan waktu tunggu dan panjang

antrian yang cukup signifikan. Kondisi tersebut membuat beberapa peneliti menyarankan penggunaan model *multi-server* seperti M/M/2 atau M/M/c, terutama untuk layanan yang beroperasi dalam jam sibuk atau memiliki beban pelayanan yang tidak stabil.

Selain itu, tren penelitian menunjukkan bahwa digitalisasi sistem antrian, seperti penggunaan aplikasi antrian daring dan sistem pemanggilan otomatis, memberikan dampak yang cukup besar dalam mengurangi waktu tunggu dan meningkatkan efisiensi pelayanan. Hal ini mengindikasikan bahwa perbaikan tidak selalu harus dilakukan dengan menambah server, tetapi bisa juga melalui inovasi sistem dan teknologi.

DAFTAR PUSTAKA

- Dimyati T. T. dan Ahmad Dimyati (2009). *Operations Research: Model-model Pengambilan Keputusan*. Bandung: Sinar Baru Algensindo.
- Heizer, Jay, dan Rander Barry. (2005). *Manajemen Operasi*, Edisi ketujuh. Jakarta: Salemba Empat
- Kakiay, Thomas, Jozef. (2004). *Dasar Teori Antrian untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi Offset
- Manik, R. S., Sirait, D. E., & Sianturi, R. (2024). Pengoptimalan Pelayanan pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Menggunakan Model Antrian Multiple Channel Single Phase. *Bulletin of Community Engagement*. 4(2), <https://doi.org/10.51278/bce.v4i2.1126>
- Manurung, Sri. (2018). Analisis Antrian Pelayanan Nasabah pada PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk Unit Pasar Baru menggunakan Model M/M/1. *Jurnal Saintia Matematika*, Vol. 6, No. 1.
- Mulyono, Sri. (2007). *Riset Operasi*, Edisi Revisi. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia
- Rachman, Riza dan Haryadi. (2019). Penerapan Teori Antrian Model M/M/1 untuk Mengoptimalkan Pelayanan di Loket Pembayaran. *Jurnal Ilmiah Matematika dan Pendidikan Matematika*, Vol. 11, No. 2.
- Siswanto. (2007). *Operations Research*, Jilid 1. Jakarta: Erlangga
- Subagyo, Pangestu, Marwan Asri, dan T. Hani Handoko. (2013). *Dasar-dasar Operations Research*, Edisi Kedua. Yogyakarta: BPFE
- Suban, A. L., Maran, K. S., & Minggo, Y. P. (2018). Penerapan Teori Antrian untuk Menganalisa Pelayanan pada Palang Pintu Masuk Kendaraan Roda Dua di Pasar Alok Maumere. *Jurnal In Create (Inovasi dan Kreasi dalam Teknologi Informasi)*. 4(1)
- Wahyuni, Sri dan Niken Puspitasari. (2020). Optimalisasi Sistem Antrian dengan Model M/M/1 pada Pelayanan Administrasi Kependudukan. *Jurnal Matematika dan Aplikasinya*, Vol. 17, No. 1 (2020), hal. 49-52.
- Widianti, Tri dan Supriyadi (2021). Analisis Kinerja Sistem Antrian Model M/M/1 pada Loket Pelayanan Rumah Sakit. *Jurnal Ilmiah Sains dan Teknologi*, Vol. 15, No. 2.
- Wijaya, Agus dan Faisal Rahman. (2019). Penerapan Model Antrian M/M/1 untuk Meningkatkan Efisiensi Pelayanan Teller Bank. *Jurnal Teknik Industri*, Vol. 8, No. 1.
- Yamit, Zulian. (2003). *Manajemen Produksi dan Operasi*, Edisi Kedua. Yogyakarta: Ekonisia
- Assauri, S. (2008). *Manajemen Operasi Lanjut*. Jakarta: FE-UI.